

uais

RA XIMHAI

Volumen 13 Número 3 Edición Especial
Julio-Diciembre 2017
267-290

UTILIZACIÓN DE HERRAMIENTAS NUMÉRICAS PARA ENTENDER LA DINAMICA EN BAHIAS, CASO DE ESTUDIO BAHIA CHETUMAL, QUINTANA ROO

NUMERICAL MODELS AS TOOLS TO UNDERSTAND THE DYNAMICS IN BAYS: CASE OF STUDY CHETUMAL BAY, QUINTANA ROO

David **Avalos-Cueva**^{1,2}; Emilio **Palacios-Hernández**³; Laura **Carrillo**⁴ y Luis A. **González-Vivanco**²

¹ Universidad de Guadalajara, Depto. de Ingeniería Civil y Topografía. ² Instituto Tecnológico Superior de Arandas. ³ Depto. de Física, Universidad de Guadalajara. ⁴ El Colegio de la Frontera Sur, Unidad Chetumal.

RESUMEN

En este estudio se realizó la simulación de corrientes generadas por el viento en la Bahía de Chetumal, Quintana Roo mediante el uso de un modelo estacionario de aguas someras. Se utilizó un viento climático homogéneo para toda la bahía, con una velocidad de $3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, y con las direcciones Norte, Sur, Noreste, Noroeste, Este, Sureste, Suroeste y Oeste. Los resultados muestran una dinámica bastante compleja en la bahía de Chetumal, observándose circulación fuertemente asociada a los cambios batimétricos, principalmente en las zonas profundas donde se encuentran las pozas, con velocidades que alcanzan hasta los $13\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Palabras clave: Modelo de aguas someras, corrientes, viento, simulación numérica.

SUMMARY

In this study performed the simulation of currents generated by the wind on the Bay of Chetumal, Quintana Roo through the use of a stationary shallow-water model. A homogeneous climatic wind was used for the entire Bay, with a velocity of $3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, and directions North, South, Northeast, Northwest, East, Southeast, Southwest and West. The results showed a rather complex dynamics in Chetumal Bay, in which important turns were observed in deep areas, with speeds reaching up to $13\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Key words: Shallow water model, currents, wind, numerical simulation.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se ha extendido el interés sobre el deterioro del medio ambiente en el planeta por el efecto de fenómenos naturales, así como de origen antropogénico. El desarrollo de la población se ha realizado fuertemente alrededor de los cuerpos de agua, por lo que es fundamental contar con estudios, tales como los hidrodinámicos. Para esto es necesario el desarrollo de herramientas que permitan tener un mejor entendimiento de los mismos y con ello generar escenarios que coadyuven a la planeación y la toma de decisiones.

El análisis y la descripción de los procesos hidrodinámicos de océano, lagunas y lagos, mediante observaciones implica un gran esfuerzo; esto es debido a que se tienen que realizar experimentos en áreas específicas y con instrumentos especiales de investigación oceanográfica (por lo regular de alto costo) y un gran número de especialistas en el área para la planeación y ejecución de los muestreos in situ.

El uso de modelos numéricos hidrodinámicos ha permitido tener una primera aproximación al conocimiento de los procesos oceánicos y lacustres, lo cual proporciona una visión general y permite mejorar las actividades de planificación para posteriores muestreos. Por otro lado, los costos asociados al

desarrollo de modelos numéricos es mucho menor al relacionado con campañas de muestreo. La aplicación de modelos numéricos nos permitan resolver las ecuaciones de conservación de masa y las ecuaciones de movimiento, entre otras. Cabe destacar que las observaciones de campo son esenciales para calibración y validación de los modelos numéricos.

La bahía de Chetumal ha sido objeto de diferentes estudios en cuanto a su diversidad biológica (Axis Arroyo, 1996; Salazar-Vallejo *et al.*, 1991; Gasca y Castellanos, 1993; Gasca *et al.*, 1994; Mendoza-Franco, 2000, Espinoza-Ávalos, 2009, Ruíz-Pineda *et al.*, 2016), contaminación (Noreña-Barroso *et al.*, 2007; Álvarez-Legorreta, 2009; Díaz-López *et al.*, 2016).

Actualmente, son pocos los estudios hidrodinámicos reportados para la bahía Chetumal. Así mismo, estos han sido abordados de manera indirecta tal es el caso de Morales-Vela *et al.*, (1996), quienes midieron las corrientes superficiales y de fondo para analizar las trayectorias y distribución de los manatíes; reportando que la velocidad media de la corriente superficial y de fondo de $12 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ y $9 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, respectivamente. También, Sánchez *et al.*, (2008), infirió el transporte en la bahía, al comparar las características texturales de sedimentos. Otros estudios relacionados con el comportamiento estacional de la estructura termohalina han sido realizados por Carrillo *et al.*, (2009b, 2009c)

El conjunto de estos estudios muestra una interesante perspectiva sobre la bahía; sin embargo, los estudios sobre la hidrodinámica de la misma no han sido a la fecha reportados de forma central. El presente trabajo pretende contribuir como una primera aproximación al estudio de la circulación en la bahía de Chetumal, Quintana Roo, utilizando un modelo de circulación barotrópica para aguas someras, ya que la bahía de Chetumal es poco profunda a excepción de algunas pozas (zonas de hasta 35 m de profundidad, Carrillo *et al.*, 2009b, 2009c). El modelo mencionado es una variante del usado por Avalos-Cueva, (2003) y Lara-Aguayo, (2003), el cual fue adaptado para la bahía de Chetumal.

Área de estudio

La bahía de Chetumal está localizada en el extremo sureste del estado de Quintana Roo, sobre la península de Yucatán a una latitud entre $18^\circ 21'$ y $18^\circ 52'$ N y $87^\circ 54'$ y $88^\circ 23'$ W de longitud. Presenta una profundidad promedio de 4 m, con una longitud máxima de 67 Km por 20 Km de ancho y una temperatura promedio anual de 25.96° C (Chavira, 1989; Carrillo *et al.*, 2009b), tiene un área de aproximadamente $1,100 \text{ km}^2$ (Figura 1).

La boca de la bahía que tiene comunicación hacia el océano está localizada al sureste, donde termina la laguna y el Río Hondo, los cuales fluyen a lo largo del margen de Belice y México (sirviendo este a su vez como frontera entre dichos países) donde se origina la región montañosa de Guatemala descargando en la bahía. Este río tiene un flujo aproximado de 220 metros cúbicos por segundo durante la temporada de lluvias (SARH-CNA, 1987) y un flujo aproximado de 20 metros cúbicos por segundo durante la temporada seca (T. Alvarez-Legorreta, comunicación personal).

Las aguas de la bahía Chetumal presenta características de un estuario, donde estas presentan un rango de salinidad de 3-22 UPS (Carrillo *et al.*, 2009c). La productividad del sistema es lento (Gasca y Castellanos, 1993). Carrillo *et al.*, (2009a) describe que los movimientos del agua están determinados principalmente por vientos del este y sureste, con un promedio anual de velocidad de $3.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. También muestra que la bahía presenta un clima cálido húmedo con lluvias en verano y una temperatura promedio anual mayor a los 26.5° C (Carrillo *et al.*, (2009b).

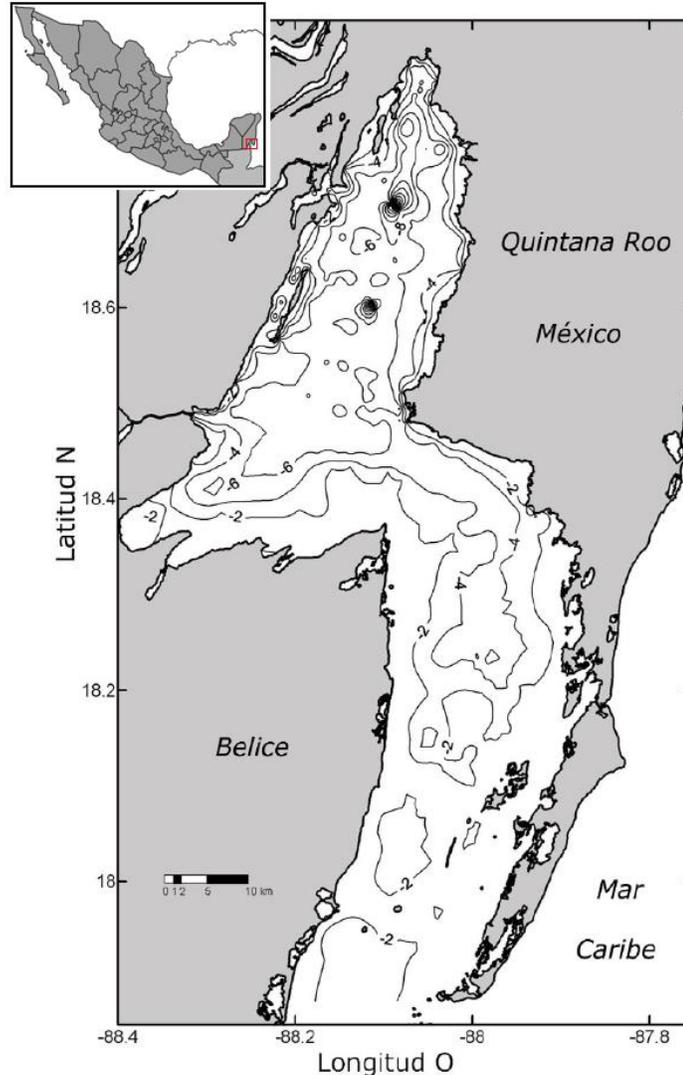


Figura 1. Localización y batimetría de la bahía de Chetumal, Quintana Roo (Tomada de Carrillo *et al.*, 2009a).

En relación a los vientos, los vientos dominantes son los alisios. Los "nortes" llegan a la península después de haberse iniciado en Canadá y hacer un recorrido con dirección Norte-Sur, trayendo como consecuencia vientos y marejadas de gran intensidad desde el norte hasta el sureste. Los huracanes o ciclones que generalmente aparecen a fines de junio y predominan en agosto, son generados en la porción atlántica oriental, provocando vientos con trayectorias circulares que se levantan en forma de torbellinos adquiriendo de esta forma velocidad y potencia. La probabilidad del desarrollo de huracanes y tormentas tropicales es elevada durante el verano, dado que la energía necesaria para su existencia proviene de la energía térmica acumulada en las aguas oceánicas superficiales tropicales durante el verano, suele presentarse hacia finales de esta estación y con mayor frecuencia en el mes de septiembre (Merino y Otero, 1991).

La bahía Chetumal alberga una gran diversidad de especies, entre las que destaca el Manatí (*Trichechus manatus*) (Morales-Vela *et al.*, 2000), especie carismática y protegida, es además un área de crianza de diversas especies de peces de importancia comercial y ecológica. El área de la bahía es una zona de

influencia donde se encuentran diversos ecosistemas interdependientes, principalmente: arrecifes de coral, humedales, lagunas costeras, playas y selva, en buen estado de conservación y que son susceptibles de ser aprovechados de manera sustentable por actividades económicas alternativas que beneficien a las comunidades asentadas en la zona.

Los arrecifes de coral albergan una gran diversidad de especies, algunas de ellas de importancia comercial como el caracol rosado (*Strombus gigas*) y la langosta (*Panulirus argus*). Todos los ecosistemas de esta zona son altamente productivos con gran diversidad, constituyendo el hábitat de diversas especies animales y vegetales, algunas de las cuales están incluidas en la *NOM-059-SEMARNAT-2001*.

MÉTODOS Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN

Se realizó la simulación numérica con un modelo barotrópico de aguas someras, implementado con la batimetría y viento climático característico para la bahía (en las direcciones N, NE, NW, S, SE, SW, E, W y con módulo de $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Descripción del modelo

En la hidrodinámica de cuerpos de agua someros, el flujo se da predominantemente en un plano horizontal. Aún cuando se trate de corrientes generadas por viento se ha encontrado que en la mayoría de los casos, la aceleración en la dirección vertical es muy pequeña y despreciable comparada con la gravedad (Simpson, 1994). Se estudia la dinámica del agua poco profunda, que tiene un fluido homogéneo incompresible e invíscido en rotación. Se considera que los resultados de degradación geostrófica puedan ser tratados directamente, sin considerar de manera simultánea las complejidades de la termodinámica de un fluido estratificado.

El viento se desarrolla, en primer lugar, como consecuencia de diferencias espaciales en la presión atmosférica. Estas diferencias de presión, normalmente son causadas por una diferente absorción de la radiación solar. En un plano horizontal, el viento fluye de las zonas de alta presión a zonas de baja presión y verticalmente de zonas de baja presión a zonas de alta presión. La velocidad del viento es proporcional al cambio de presión por unidad de distancia o gradiente de presión.

Un segundo factor que afecta al movimiento del aire es la fuerza de Coriolis, debida a la rotación terrestre. La magnitud de la fuerza de Coriolis varía según la latitud, de modo que es nula en el ecuador y máxima en los polos. En tercer lugar puede aparecer una aceleración centrípeta, cuando el viento gira en torno a un centro. Por último, aparece la fricción debida al desplazamiento del aire. Los vientos influenciados por el gradiente de presión y la fuerza de Coriolis se denominan vientos geostróficos.

Como primer paso se ilustrará la aproximación geostrófica, que puede valerse sistemáticamente para producir una dinámica determinística en un marco de investigación adecuada de movimientos de escalas grandes de espacio-tiempo; generalizando al estudio de fluidos activos termodinámicamente; tales como, lagos y bahías (Pedlosky, 1982).

Modelo barotrópico para aguas someras

La manera en que se repasa el modelo, es considerando una superficie de fluido de densidad uniforme y constante, como se muestra en la *Figura 2*. El nivel de referencia para la altura $z = 0$ es $h(x, y, t)$. Para

la bahía, se modela la fuerza de cuerpo incrementado desde el potencial Φ como un vector \mathbf{g} , dirigido perpendicularmente a la superficie $z = 0$. El eje de rotación del fluido se hace coincidir con el eje z en el modelo, es decir, $\Omega = \mathbf{k}\Omega$, así que en este caso el parámetro de Coriolis f es simplemente 2Ω . El fondo rígido está definido por la superficie $z = h_B(x, y)$, mientras que los componentes de velocidad u, v , y w paralelos a los ejes x, y y z respectivamente.

También, se considera un fluido invíscido y con presión constante. Aunque la profundidad del fluido, $h - h_B$, varíe en espacio y tiempo, se supone que puede elegirse un valor característico para la profundidad; al cuál se denomina D , como el promedio de la profundidad de la capa, además suponemos que caracteriza la escala de movimiento. De manera análoga se supone que existe una escala de longitud horizontal característica por el movimiento, que se denomina L . La condición paramétrica fundamental que caracteriza la teoría de aguas someras es:

$$\delta = \frac{D}{L} \ll 1 \quad (1)$$

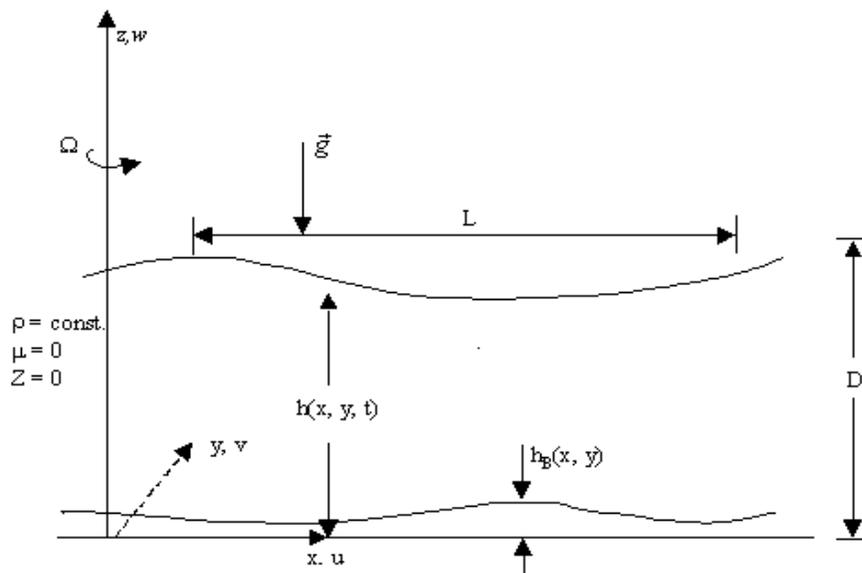


Figura 2. El sistema de coordenadas y variables usadas en el modelo de aguas someras.

A pesar de las suposiciones expuestas el modelo para aguas someras describe algunas de las características dinámicas importantes de la atmósfera y el agua. El fluido está rotando, para que la fuerza de Coriolis pueda ser importante y la proporción de movimiento horizontal con respecto a la vertical sea pequeña. La capa del fluido es, sin embargo, un plano en lugar de ser una superficie curva, pero esto no propone un problema fundamental para la aplicación del modelo. La mayor deficiencia física del modelo es la ausencia de la estratificación de densidad en el agua (Longuet-Higgins, 1964).

Ecuaciones hidrodinámicas y de transporte

La descripción de incompresibilidad y densidad constante separan inmediatamente la dinámica de la termodinámica y simplifica la ecuación de conservación de masa a la condición de incompresibilidad la cual se expresa como sigue:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

El orden de cada término de (2) es $O(U/L)$ donde U es una escala característica de la velocidad horizontal, W es la escala de velocidad vertical, por consiguiente W/D tiene que ser más pequeño que $O(U/L)$, es decir,

$$W \leq O(\delta U). \quad (3)$$

Si se anulan $\partial u / \partial x$ y $\partial v / \partial y$ la velocidad vertical puede ser más pequeña que la estimación (3), para que la misma represente un límite superior en W .

Ahora se estima el orden de magnitud de los componentes en la ecuación de *momentum*

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{U}{T} \frac{U^2}{L} + \frac{U^2}{L} \frac{UW}{D} - fU = \frac{P}{\rho L}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}, \quad (5)$$

$$\frac{U}{T} \frac{U^2}{L} + \frac{U^2}{L} \frac{UW}{D} + fU = \frac{P}{\rho L}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{W}{T} \frac{UW}{L} + \frac{UW}{L} \frac{WW}{D} = \frac{P}{\rho D}$$

Donde el orden de magnitud de cada termino es escrito debajo de el en términos de escalas características. Observe que T es una escala característica de tiempo, es decir, la escala apropiada para el incremento de tiempo, mientras P es la escala para el campo de presión variable, es decir, la presión total P , es escrita como sigue:

$$p(x, y, z, t) = -\rho gz + \tilde{p}(x, y, z, t), \quad (7)$$

El primer término, anula la fuerza gravitacional constante por unidad de masa en el fluido; a partir de (3),

$$\frac{UW}{D} = O\left[\frac{U^2}{L}\right], \quad (8)$$

de (4) de (5) se observa que la escala de la presión está dada por

$$P = \rho U \left[\frac{L}{T}, U, fL \right]_{\max}, \quad (9)$$

el orden del gradiente de presión horizontal se introduce como un término de forzamiento en el equilibrio horizontal de *momentum*, por otra parte el flujo no podría acelerarse. Esto implica que la relación de los términos en el lado izquierdo de (6) para el gradiente de presión vertical está limitado por la longitud de

$$\frac{\rho(W/T, WU/L)}{P/D} = O\left[\rho \frac{dw/dt}{\partial \bar{p} / \partial z}\right], \quad (10)$$

o de (9)

$$\rho \frac{dw/dt}{\partial \bar{p} / \partial z} = \frac{\delta^2 (1/T, U/L)_{\max}}{(1/T, U/L, f)_{\max}}, \quad (11)$$

De lo anterior surgen dos casos de interés. El primero es si el número de Rossby, U/fL , es $O(1)$ o mayor, la estimación en (11) produce una relación de $O(\delta^2)$. Mientras que el segundo es si el número de Rossby es pequeño, entonces la relación es $O(\delta^2 [1/fT, U/fL]_{\max})$, incluso para un número de Rossby más pequeño que $O(\delta^2)$, (Rossby, 1945). Como la hipótesis describe que $\delta^2 \ll 1$, entonces se obtiene que por lo menos $O(\delta^2) \partial \bar{p} / \partial z$ es despreciable, o más brevemente, en términos de la presión total:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g + O(\delta^2), \quad (12)$$

conocida como aproximación hidrostática. Se puede apreciar de nuevo que el argumento correcto de escala no compara la aceleración vertical con g . Más bien la aceleración vertical es pequeña debido a (3); es decir, al movimiento esto debe compararse con el gradiente de presión vertical. Desde otro punto de vista (12) se puede tomar como la definición del modelo de un fluido somero.

Es posible introducir (12) y obtener

$$p = -\rho g z + A(x, y, t). \quad (13)$$

La condición del límite

$$p(x, y, h) = p_0, \quad (14)$$

donde P_0 es una constante, implicando

$$p = -\rho g(h - z) + p_0, \quad (15)$$

Así que la presión P_0 en cualquier punto es igual al peso de la columna de fluido sobre el punto a ese instante.

Observe que el gradiente de la presión horizontal es independiente de z , es decir,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (16a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (16b)$$

de modo que la aceleración horizontal debe ser independiente de z . Por consiguiente se asume que las velocidades horizontales permanecen independientes de z , si lo son inicialmente. Se debe realizar sólo con la suposición de un número de Rossby pequeño del teorema Taylor-Proudman (Taylor, 1923), aplicándolo a este fluido homogéneo, y requerirá que las velocidades sean independientes de z .

La ecuación de *momentum* se reduce a

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (17a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (17b)$$

La condición de que u y v son independientes de z permite ahora que (2) sea integrado en z para producir

$$w(x, y, z, t) = -z \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \varpi(x, y, t), \quad (18)$$

la condición de no flujo normal en la superficie rígida $z = h_B$ requiere que

$$w(x, y, h_B, t) = u \frac{\partial h_B}{\partial x} + v \frac{\partial h_B}{\partial y}. \quad (19)$$

Conjuntamente

$$\varpi(x, y, t) = u \frac{\partial h_B}{\partial x} + v \frac{\partial h_B}{\partial y} + h_B \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right], \quad (20)$$

de manera que

$$w(x, y, z, t) = (h_B - z) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] + u \frac{\partial h_B}{\partial x} + v \frac{\partial h_B}{\partial y}. \quad (21)$$

La condición correspondiente cinemática en la superficie $z = h$ es

$$w = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y}, \quad z = h(x, y, t), \quad (22)$$

asociando con (21), se obtiene

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{(h - h_B)u\} + \frac{\partial}{\partial y} \{(h - h_B)v\} = 0. \quad (23)$$

Especificando la profundidad total

$$H = h - h_B, \quad (24)$$

en términos de la ecuación de conservación de masa (23) se transforma en

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uH) + \frac{\partial}{\partial y} (vH) = 0, \quad (25a)$$

o similarmente

$$\frac{\partial H}{\partial t} + H \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] = 0. \quad (25b)$$

La primera de estas ecuaciones, (25a), establece que si la divergencia horizontal local de volumen $\nabla \cdot (u_H H)$, es positiva, se debe equilibrar por una disminución del espesor de la capa debido a una dispersión en la superficie libre. La segunda ecuación, (25b), que es similar a la primera, sigue al fluido, conforme la sección transversal A de la columna de fluido se incrementa a razón de

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (26)$$

el espesor total debe disminuir de forma que

$$\frac{1}{H} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = 0, \quad (27)$$

de manera que el volumen HA permanezca constante.

Las ecuaciones de aguas someras son (17a,b) y (25a) o su equivalente a (25b). Distinga que los resultados de la condición $\delta \ll 1$ han reducido el número de ecuaciones dinámicas en uno, también ha reducido el número de variables dependientes en uno (eliminando w explícitamente de la dinámica), y ha reducido el número de variables independientes en uno (como z vuelve a aparecer explícitamente en la ecuación dinámica). Las variables restantes son u, v y h , y están en función de x, y , y t solamente.

La claridad de que w sea una función lineal simple de z , tiene una relevante aplicación más adelante. Utilizando (25b) o eliminando $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y$ de (21), se obtiene

$$w \equiv \frac{dz}{dt} = \frac{z - h_B}{H} \frac{dH}{dt} + u \frac{\partial h_B}{\partial x} + v \frac{\partial h_B}{\partial y}, \quad (28)$$

que implica lo siguiente

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{z - h_B}{H} \right\} = 0. \quad (29)$$

De tal forma que la función $(z - h_B) / H$ se conserva siguiendo el movimiento de cada elemento fluido. Ahora la altura del fondo $(z - h_B) / H$ es relativa de cada elemento del fluido: es decir, su valor, el cual cambia de cero en el fondo a uno en la superficie libre. Durante el movimiento del fluido como un conjunto de columnas orientadas paralelas al eje z . La condición (29) absolutamente establece que durante el estrechamiento o contracción de cada columna, la posición relativa de un elemento en el fluido de la columna no cambiara.

La hidrodinámica de fluidos geofísicos, considera el flujo en un plano horizontal. Incluso considerando corrientes generadas por el esfuerzo del viento se ha observado que la aceleración en dirección vertical es muy pequeña y despreciable comparada con la gravedad. Intrínsecamente las condiciones homogéneas y asumiendo aceleraciones cuasi-estacionarias, las ecuaciones de movimiento y continuidad pueden describir el flujo con el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales parciales, las cuales integramos en la vertical

$$\begin{aligned} U(x, y, t) &= \int u(x, y, z, t) dz \\ V(x, y, t) &= \int v(x, y, z, t) dz \end{aligned} \quad (30)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fV - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} \quad (31)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fU - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} \quad (32)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} \quad (33)$$

donde t es el tiempo, (x, y) son las coordenadas horizontales, (U, V) son las componentes de velocidad correspondientes de la corriente integrada en la vertical, ζ es el desplazamiento de superficie libre de la bahía, H es la profundidad de la bahía, $h = H(x, y)$; g es la fuerza de gravedad, f es el parámetro de Coriolis, ρ es la densidad del agua, τ_b es el esfuerzo del fondo y τ_s es el esfuerzo del viento.

La ecuación (32) es la ecuación de continuidad, mientras que las ecuaciones (30) y (31) son las ecuaciones dinámicas, de cantidad de movimiento o *momentum*, en las direcciones x y y , respectivamente.

El problema estacionario

La fricción del fondo tiene gran efecto en los movimientos de cuerpos de agua poco profundos. Así, cuando un viento empieza a soplar sobre la bahía, las corrientes alcanzarán un estado de equilibrio rápidamente. Por consiguiente, se supone que la circulación del agua no cambia con respecto al tiempo, entonces los términos dependientes del tiempo pueden despreciarse. Esto implica que los términos del lado izquierdo de las ecuaciones (31) a (33) se aproximan a cero; por consiguiente se pueden reescribir como sigue:

$$gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fV = -\frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\tau_{sx}}{\rho} \quad (34)$$

$$gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fU = -\frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} \quad (35)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad (36)$$

Suponemos que por la profundidad tan pequeña a excepción de las pozas el agua se comporta de manera homogénea, es decir la densidad $\rho = const. = 1 \text{ g/cm}^3$ (Filonov, 2002). También se puede imaginar que el coeficiente de fricción en el fondo es constante $b = 75 \text{ cm}^2/\text{s}$, posteriormente se describirán las razones.

Los cálculos del coeficiente son empíricos; no se tiene suficiente analogía para su cálculo, solo se conoce que este coeficiente aumenta con respecto a la profundidad. Una ecuación empírica para el cálculo del coeficiente de fricción es (Felzenbaum, 1960)

$$A_k = \frac{\gamma^2 W^2}{\Omega \rho^2 k^2} s, \quad (37)$$

donde

$$s = \frac{(\alpha H)^2 (\cosh(2\alpha H) - \cos(2\alpha H)) + 4\alpha H (\sinh(\alpha H) \cos(\alpha H) - \cosh(\alpha H) \sin(\alpha H))}{(\alpha H)^2 (\cosh(2\alpha H) + \cos(2\alpha H)) - \alpha H (\sin(2\alpha H) + \sinh(2\alpha H)) + \frac{1}{2} (\cosh(2\alpha H) - \cos(2\alpha H))} + \frac{2\alpha H (-\sinh(2\alpha H) + \sin(2\alpha H)) - 8 \cosh(\alpha H) + 2(\cosh(2\alpha H) + \cos(2\alpha H)) + 4}{(\alpha H)^2 (\cosh(2\alpha H) + \cos(2\alpha H)) - \alpha H (\sin(2\alpha H) + \sinh(2\alpha H)) + \frac{1}{2} (\cosh(2\alpha H) - \cos(2\alpha H))}.$$

Para el caso de bahías someras, el cálculo del coeficiente de fricción es complicado; porque $\alpha H \rightarrow 0$ y en este caso s se encuentra indeterminado; pero esto se puede resolver mediante cálculos trigonométricos y utilizando expansión de series exponenciales de *Fourier* excluyendo los términos que se consideran de menor orden y en este caso el cálculo del coeficiente de fricción se reduce a

$$A_k = \frac{\gamma}{4\rho k} WH, \quad (38)$$

donde $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$, γ es una constante experimental con las mismas dimensiones que la densidad, H es la profundidad y W es la rapidez de viento horizontal. Mediante este análisis se tomó la decisión de utilizar los cálculos realizados por Felzenbaum (1960) para el coeficiente de fricción de fondo, en el cual realizo una serie de cálculos con condiciones similares de velocidad y profundidad a los realizados en el presente trabajo.

Por consiguiente se usara $b = 75 \text{ cm}^2 / \text{s}$, por ser un valor típico para cuerpos de agua someros, ya que a mayor profundidad mayor será el coeficiente de fricción (Filonov, 2002).

Así, describimos el esfuerzo del viento como

$$\tau_{bx} = \frac{b\rho}{H^2} U, \quad \tau_{by} = \frac{b\rho}{H^2} V, \quad (39)$$

entonces las ecuaciones (1.34) y (1.35) quedan como sigue

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{H} fV + \frac{b}{H^3} U = \frac{\tau_{sx}}{H\rho}, \quad (40)$$

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{H} fU + \frac{b}{H^3} V = \frac{\tau_{sy}}{H\rho}. \quad (41)$$

Introduciendo la función Φ (llamada función de flujos totales o función corriente la cual se relaciona con la velocidad promedio en la vertical) descrita de la forma

$$U = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad V = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (42)$$

Si sustituimos las igualdades de (42) en las ecuaciones (40) y (41) entonces obtenemos

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{f}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{b}{H^3} \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\tau_{sx}}{H\rho}, \quad (43)$$

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{f}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{b}{H^3} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\tau_{sy}}{H\rho}. \quad (44)$$

Diferenciando la ecuación (43) con respecto a y y la ecuación (44) con respecto a x y restando la primera

de la segunda, cancelamos los términos $\frac{\partial \zeta}{\partial x}$, $\frac{\partial \zeta}{\partial y}$ y obtenemos:

$$\frac{f}{H^2} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{f}{H} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{b}{H^4} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{b}{H^3} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -\frac{\tau_{sx}}{H^2 \rho} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{1}{H\rho} \frac{\partial \tau_{sx}}{\partial y}, \quad (45)$$

$$\frac{f}{H^2} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{f}{H} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{b}{H^4} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{b}{H^3} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\frac{\tau_{sy}}{H^2 \rho} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{H\rho} \frac{\partial \tau_{sy}}{\partial x}. \quad (46)$$

Agrupando los términos con respecto a sus mismas derivadas tenemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left[\frac{f}{H} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{b}{H^3} \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \left[\frac{b}{H^3} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{f}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \right] - \frac{b}{H^2} \nabla^2 \Phi = \\ -\frac{1}{H\rho} \left[\tau_{sx} \frac{\partial H}{\partial y} - \tau_{sy} \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \tau_{sx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{sy}}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

normalizando la ecuación (47) con $\frac{b}{H^2}$ recibimos

$$\nabla^2 \Phi - A(x, y) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - B(x, y) \frac{\partial \Phi}{\partial y} = C(x, y) - D(x, y) \quad (48)$$

Donde

$$A(x, y) = \left[\frac{fH}{b} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{3}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \right], \quad (49)$$

$$B(x, y) = \left[\frac{3}{H} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{fH}{b} \frac{\partial H}{\partial x} \right], \quad (50)$$

$$C(x, y) = \frac{H}{\rho b} \left[\tau_{sx} \frac{\partial H}{\partial y} - \tau_{sy} \frac{\partial H}{\partial x} \right], \quad (51)$$

$$D(x, y) = \frac{H^2}{\rho b} \left[\frac{\partial \tau_{sx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{sy}}{\partial x} \right]. \quad (52)$$

Considerando que la velocidad del viento es homogénea entonces $D(x, y) = 0$. Por consiguiente las ecuaciones (49) a (52) se observa que la velocidad del viento es constante por eso los términos de tensión

del viento τ_{sx}, τ_{sy} son constantes; es decir $D(x, y) = 0$, por lo tanto la función Φ sólo depende del relieve del fondo $H = H(x, y)$.

Si el fondo de la bahía es plano $H = \text{constante}$ entonces la ecuación (48) queda como la ecuación de *Poisson*

$$\nabla^2 \Phi = -D(x, y) \quad (53)$$

o si consideramos al viento constante entonces queda como la ecuación de *Laplace*

$$(54)$$

en consecuencia la solución de la ecuación (54) sólo dependería de la forma de la orilla de la bahía.

Condiciones de frontera

El modelo para aguas someras de completa con las condiciones de frontera para una bahía semi-cerrada, para la función de flujos totales Φ

$$(\Phi)_L = 0, \quad (\nabla^2 \Phi)_L = 0 \quad (55)$$

y la frontera sur se considerará permeable, esto se realizará aumentando el tamaño de la malla batimétrica en el esquema numérico. También se consideró la condición de deslizamiento por el contorno de la frontera para la entrada del río Hondo por medio del gasto.

Solución numérica

Tradicionalmente, la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales es realizada vía métodos de diferencias finitas, elemento finito y volumen finito. Estos métodos tienen en común que requieren de una malla que da el soporte a la solución numérica con un orden de convergencia algebraico. Se conoce que el método de diferencias finitas es una clásica aproximación para encontrar la solución numérica de las ecuaciones que gobiernan el modelo matemático de un sistema continuo.

En modelo barotrópico de aguas someras utilizaremos el esquema de diferencias finitas el cual se aplicó en la Bahía de Banderas (Suárez, 1995), el Lago de Chapala (Avalos-Cueva, 2003, Lara-Aguayo, 2003) y la Laguna de Cajititlán (Ramírez, 2004); por este esquema los términos de la ecuación (48) se describen en la ecuación siguiente

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} &= \frac{(\Phi_4 - \Phi_0)}{\Delta x^2} - \frac{(\Phi_0 - \Phi_2)}{\Delta x^2} = \frac{(\Phi_4 - 2\Phi_0 + \Phi_2)}{\Delta x^2} \\
 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} &= \frac{(\Phi_3 - 2\Phi_0 + \Phi_1)}{\Delta y^2} \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{(\Phi_4 - \Phi_0) + (\Phi_0 - \Phi_2)}{\Delta x} = \frac{(\Phi_4 - \Phi_2)}{\Delta x} \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{(\Phi_3 - \Phi_1)}{\Delta y}
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

se utiliza una malla en el eje (x, y) marcando el paso de los cálculos con l . Luego sustituyendo (56) en (48) obtenemos:

$$\frac{1}{l^2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 - 4\Phi_0) - \frac{A_0}{2l} (\Phi_4 - \Phi_2) - \frac{B_0}{2l} (\Phi_3 - \Phi_1) = C_0 - D_0
 \tag{57}$$

despejando, la ecuación (57) para calcular la función de flujo total en el punto inicial 0, se obtiene

$$\Phi_0 = \left(\frac{1}{4} + \frac{B_0 l}{8}\right) \Phi_1 + \left(\frac{1}{4} + \frac{A_0 l}{8}\right) \Phi_2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{B_0 l}{8}\right) \Phi_3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{A_0 l}{8}\right) \Phi_4 - \frac{C_0 l^2}{4} - \frac{D_0 l^2}{4}
 \tag{58}$$

El esquema numérico utilizado en el modelo se presenta en la *Figura 3*.

La simulación del modelo se llevó a cabo utilizando el campo batimétrico de la bahía y el viento climático característico en la misma. El viento utilizado fue en dirección de los ocho rumbos (N, NE, NW, S, SE, SW, E y W) con una magnitud de $3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

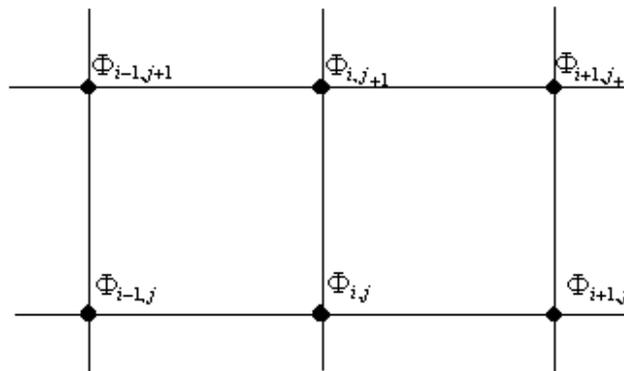


Figura 3. Esquema numérico usado en el modelo barotrópico de aguas someras.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En los cálculos de la circulación se introdujo el efecto del viento en el flujo, como una fuerza generadora de corrientes. La velocidad del flujo en la superficie libre es del orden del dos por ciento de la velocidad del viento, por lo que en general las velocidades en el cuerpo de agua son relativamente pequeñas (Benqué *et al.*, 1982).

Los resultados preliminares del modelo como se describió en la metodología, arroja la solución para la función de flujos totales, la cual se integra en la vertical para obtener las componentes de la corriente. Los gradientes de la función corriente, aunque son de uno o más ordenes de magnitud menor que los otros términos en balance, son importantes para la descripción de los vórtices.

La *Figuras 4-11* muestran los resultados de los flujos integrados en la vertical para la bahía de Chetumal. Se observa que para un viento con dirección Norte; es decir 0° , (*Figura 4*) las corrientes más fuertes se localizan en las zonas más profundas cercanas a las pozas; la poza central, que es la más profunda, presenta corrientes que alcanzan los $15 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, se muestra que la dirección de las mismas es de Oeste a Este, intensificándose en la parte central de la bahía, de ahí sigue el contorno del fondo de la bahía en dirección Sur bifurcándose e incrementando se velocidad en las fronteras de la poza central. Mientras que en la zona Suroeste, donde se localiza la segunda poza, las corrientes generadas también alcanzan velocidades de la misma magnitud que en la poza central. En la *Figura 8*, donde el modelo se forzó con un viento con dirección Sur; es decir 180° , la respuesta de la bahía muestra una circulación inversa pero con un patrón similar a los resultados de la simulación con viento en dirección Norte.

La *Figura 6* corresponde al forzamiento con un viento en dirección Este, es decir 90° ; la cual muestra la intensificación de las corrientes en ambas pozas, en la poza central en sentido anticiclónico. Los resultados para el viento en dirección Sureste, 135° ; mostrado en la *Figura 7*, presenta una circulación general hacia el Norte bifurcándose en la poza Central siguiendo su contorno.

Las *Figuras 8 y 9* muestra la circulación generada por un viento con dirección Sur y Suroeste, respectivamente, observándose una circulación ciclónica en la zona Noreste alcanzando la poza central, mientras que en el Sur sigue el perímetro de costa hasta llegar a la poza Este circulando hacia el Norte.

Los resultados de la simulación con un viento en dirección Oeste se presentan en la *Figura 10*, la cual muestra un patrón de mayor complejidad que los anteriores resultados; en ésta se observa una circulación ciclónica que comienza en la zona Norte de la bahía que influye hasta la zona central de la misma, esta corriente converge con corrientes procedentes de la poza central la cual tiene su propia circulación ciclónica, en consecuencia las corrientes en la zona Norte se bifurcan hacia la costa Este.

Mientras que en la poza localizada al Este se generan corrientes con direcciones hacia las fronteras Este-Oeste, con velocidades que rebasan los $10 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ para esa zona.

La *Figura 11* corresponde a la simulación con un viento de dirección Noroeste, se observa una circulación anticiclónico circulando hacia el interior de la bahía prolongándose hasta la poza central donde cambia el sentido de circulación rodeando la poza y extendiéndose hasta la poza Este.

Es de esperarse que los procesos hidrodinámicos en la bahía por esfuerzo de los vientos obedecen a las características morfológicas. En particular, la complejidad en los patrones de circulación está íntimamente ligada a las zonas profundas (relacionadas con las pozas), en estas se muestra un aumento en las magnitudes de las corrientes generadas por el modelo debido a los gradientes de profundidad. De igual manera, Palacios-Hernández (1996), realizó simulaciones en la bahía Sebastián Vizcaíno, mediante el uso de un modelo barotrópico bidimensional con fondo plano encontrando giros ciclónico para la bahía; en consecuencia se infiere que el principal generador de una circulación compleja es la batimetría de la bahía Chetumal.

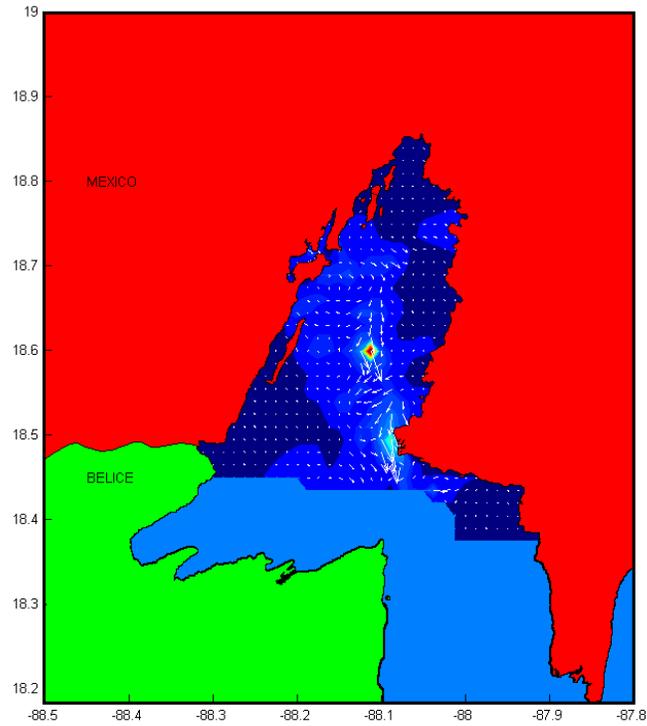


Figura 4. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en la dirección Norte 0° .

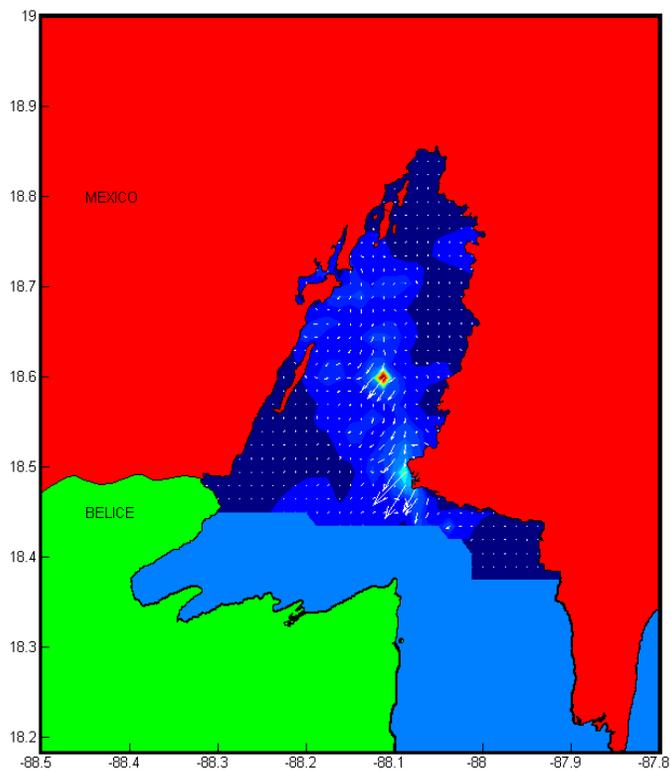


Figura 5. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Noreste 45° .

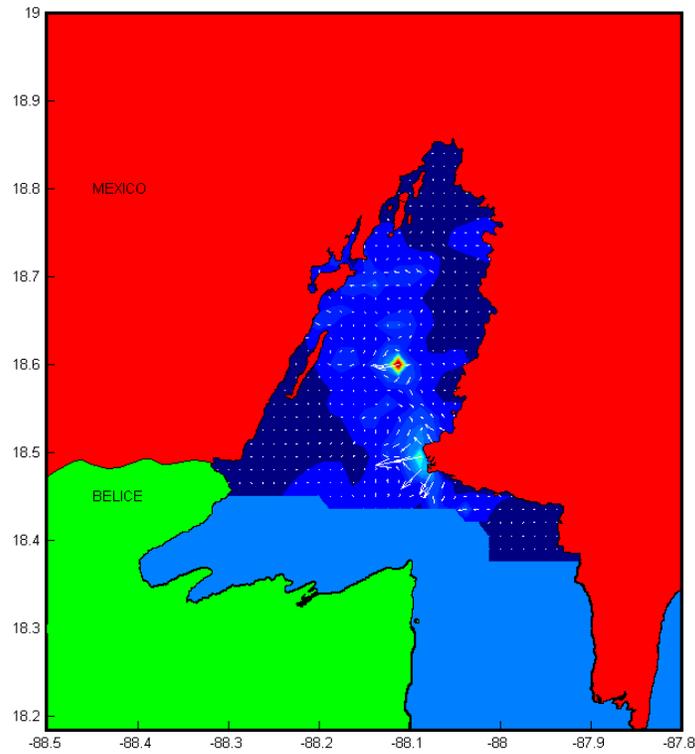


Figura 6. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Este 90° .

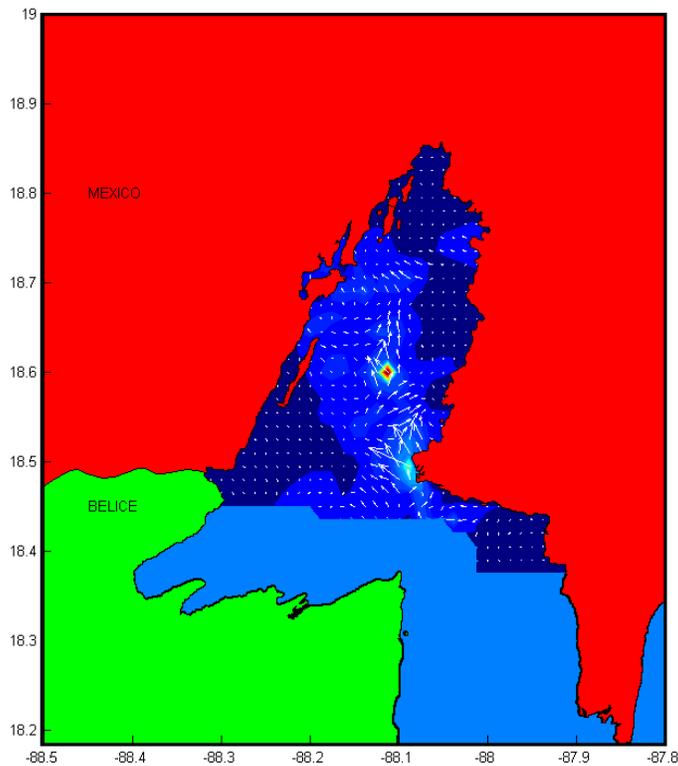


Figura 7. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Sureste 135° .

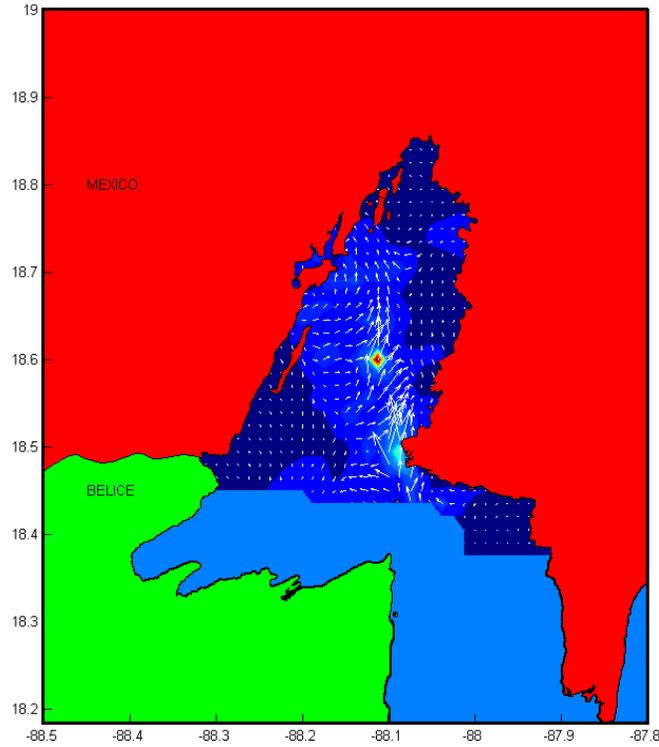


Figura 8. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Sur 180° .

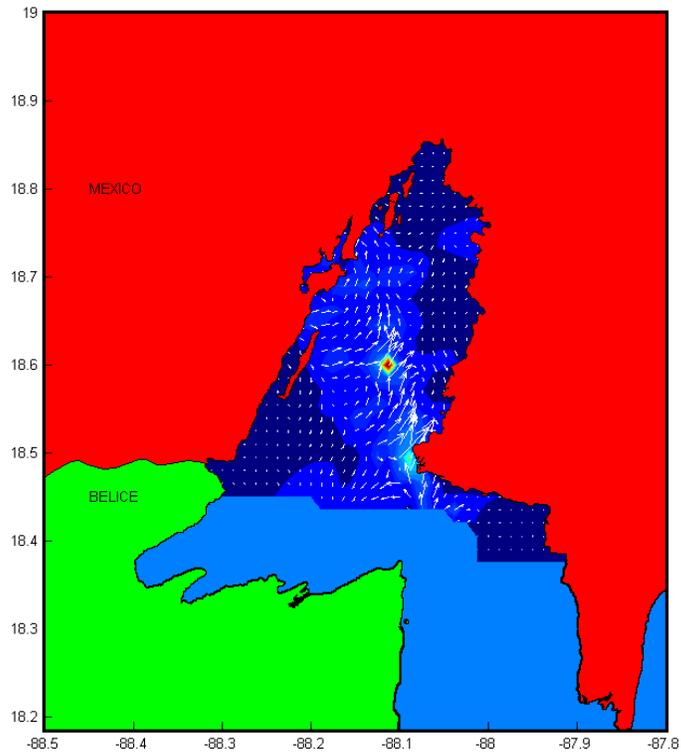


Figura 9. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Suroeste 225° .

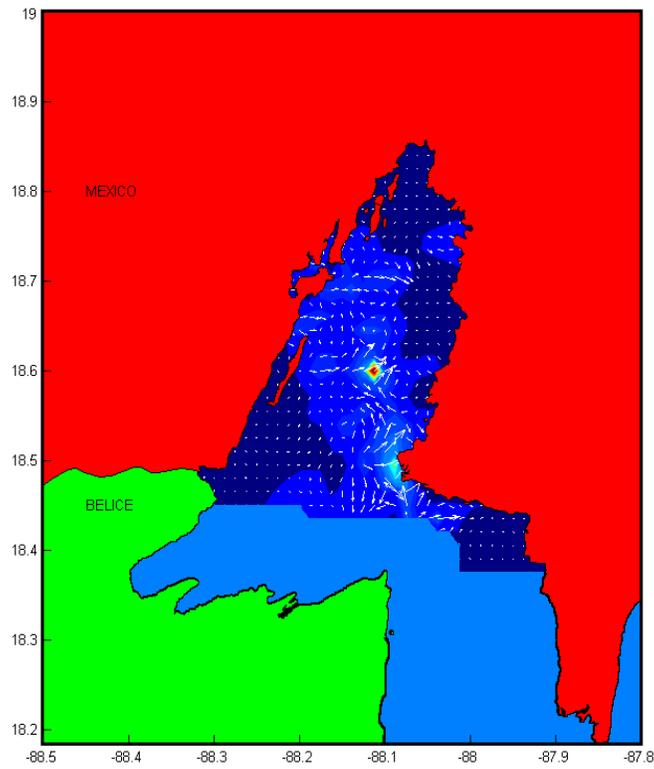


Figura 10. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Oeste 270° .

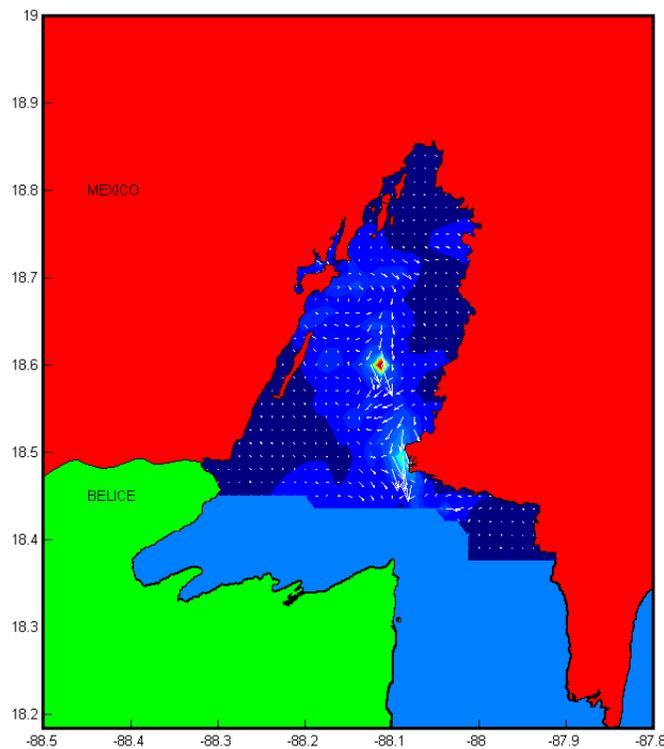


Figura 11. Corrientes generadas por la aplicación del modelo barotrópico para aguas someras producidas por un viento climático con rapidez de 3cm^{-1} en dirección Noroeste 315° .

Así mismo, Sánchez *et al.*, (2008) concluye mediante la inferencia de transporte a partir del análisis de las tendencias texturales, coincidiendo con los muestreos de corrientes superficiales y de fondo a lo largo de un año, realizadas por Morales-Vela *et al.*, (1996), quienes concluyen que las corrientes registran una dirección S-SE y S-SO. Lo cual se ajusta a las simulaciones numéricas realizadas en el presente trabajo, forzando el modelo con viento en las direcciones Norte, Noreste, Noroeste, Este y Oeste.

Este trabajo es el primer ejercicio de modelación numérica hidrodinámica para la bahía de Chetumal, y los resultados servirán para identificar puntos en los cuales la circulación tiene un complejo comportamiento, y analizar esta mediante mediciones *in situ* y comparar con simulaciones con modelos baroclínicos.

CONCLUSIONES

Los resultados de las simulaciones numéricas mediante un modelo barotrópico forzado por un viento en 8 rumbos muestran una gran complejidad en la bahía de Chetumal, observándose corrientes relativamente más intensas en las áreas más profundas de la bahía donde se localizan las pozas. En la poza central se presentan las mayores magnitudes de corrientes influenciando la circulación de gran parte de la bahía.

La circulación ciclónica observada en las simulaciones se debe principalmente a la topografía de la bahía. Los procesos dinámicos en la bahía y sus áreas vecinas varían en tiempo y espacio, y estos parecen estar gobernados por procesos sinópticos locales y estacionales tales como Nortes, así como el paso de fenómenos meteorológicos extremos como son tormentas tropicales y huracanes.

Se conoce por Avalos-Cueva, 2003; Lara-Aguayo, 2003 y Ramírez, 2004; que el modelo tiene gran eficiencia cualitativa en otros sitios; el siguiente paso es comprobar los resultados del modelo con mediciones *in situ*, y estudiar procesos físicos, químicos y biológicos asociados a las pozas. Una vez validado el modelo con mediciones *in situ*, entonces se podrá pronosticar diferentes eventos tales como: circulación, dispersión de contaminantes, dispersión de larvas y peces, tiempos de renovación, circulación termohalina, desarrollo de hábitat de diferentes especies, etc.

LITERATURA CITADA

- Álvarez-Legorreta, T. (2009). Contaminación acuática. El sistema ecológico de la bahía de Chetumal/Corozal: costa occidental del mar Caribe, J. Espinoza-Ávalos, GA Islebe y HA Hernández-Arana (eds.). El Colegio de la Frontera Sur, Chetumal, Quintana Roo, 205-217.
- Ávalos-Cueva, D. (2003). Circulación de la Brisa y su influencia a la Estructura Térmica del Lago de Chapala, México. Tesis de Maestría, Universidad de Guadalajara, Posgrado en Ciencias de la Tierra; Departamento de Física. 60 p.
- Axis Arroyo, J. (1996). Análisis de las variables que determinan el uso de hábitat del manatí del caribe (*Trichechus manatus manatus*), en la costa oeste de la Bahía de Chetumal, Quintana Roo, México. Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN, Unidad Mérida. Mérida, Yucatán, 88 p.
- Benqué, J., Hauguel, A. And Viollet, P. (1982). Engineering Applications of Computational Hydraulics, Vol. II. Numerical Models in Enviromental Fluid Mechanics, Pitman Publishers, Boston London, pp. 99-110.

- Carrillo Bibriezca, L. E., Yescas Corona, M. A., Ramírez Manguilar, A. M., y Palacios- Hernández, E. (2009a). Observaciones y modelación numérica de la hidrodinámica de Bahía de Chetumal, Q. R. Informe Técnico Final. CONACyT-SEP. 66 p.
- Carrillo L., Palacios-Hernández E., Ramírez A.M., Morales-Vela J.B. (2009b). Características hidrometeorológicas y batimétricas. En: Espinoza-Ávalos J., Islebe G.A., Hernández-Arana H.A. (Eds.). El sistema ecológico de la bahía de Chetumal / Corozal: costa occidental del Mar Caribe. ECOSUR. Chetumal, Quintana Roo, México. 252 p. pp. 12-20.
- Carrillo, L., Palacios-Hernández, E., Yescas, M., y Ramírez-Manguilar, A. M. (2009c). Spatial and seasonal patterns of salinity in a large and shallow tropical estuary of the Western Caribbean. *Estuaries and Coasts*, 32(5), 906-916.
- Chavira, D. (1989). Resultados preliminares del estudio de calidad del agua en la Bahía de Chetumal, Q. Roo. SEDUE, Chetumal, México. 25p.
- Díaz-López, C., Carrión Jiménez, J. M., y González Bucio, J. L. (2006). Estudio de la contaminación por Hg, Pb, Cd y Zn en la bahía de Chetumal, Quintana Roo, México. *Revista de la Sociedad Química del Perú*, 72(1), 19-31.
- Espinoza-Ávalos, J., Islebe, G. A., y Hernández-Arana, H. A. (2009). El sistema ecológico de la bahía de Chetumal/Corozal: costa occidental del Mar Caribe. ECOSUR, México.
- Felzenbaum, A. (1960). Fundamentos teóricos y métodos de cálculo de corrientes marinas estacionarias. Ed. Academia de Ciencias de la URSS, pp. 127.
- Filonov, A. E. (2002). On the dynamical response of Lake Chapala, México to lake breeze forcing. *Hydrologia* 467: 141-157, *Advances in Mexican Limnology: Basic and Applied Aspects*.
- Gasca, R. y Castellanos, I. (1993). Zooplankton de la Bahía de Chetumal, Mar Caribe, México. *Revista Biología Tropical*, 41(3): 619-625.
- Gasca, R., Suarez-Morales, E. y Vásquez-Yeomans, L. (1994). Estudio comparativo del zooplancton (biomasa y composición) en dos Bahías del Mar Caribe Mexicano. *Revista de Biología Tropical*, 42 (3):595-604.
- Lara-Aguayo, A. E. (2003). Modelación numérica de la circulación producida por el viento en el Lago de Chapala. Tesis de Licenciatura, Universidad de Guadalajara, Departamento de Matemáticas.
- Longuet-Higgins, M. S. (1964). On group velocity and energy flux in planetary wave motions. *Deep Sea Research*, 11, 35-42.
- Mendoza-Franco, E., Vidal Martínez, V., Aguirre-Macedo, V., Rodríguez Canul, R. y Scholz, T. (2000). Species of *Sciadicleithrum* (Dactylogyridae: Ancyrocephalinae) of cichlid fishes from southeastern Mexico and Guatemala: new morphological data and host and geographical records. *Comparative Parasitology*, 67(1):85-91.
- Merino, M. y Otero, L. (1991). Atlas Ambiental Costero. Puerto Morelos - Quintana Roo. CONACYT, UNAM y CIQRO. 80 pp. + 1 Carta.
- Morales-Vela, B., Olivera-Gómez, D. y Ramírez-García, P. (1996). Conservación de los manatíes en la región del Caribe de México y Belice: El Colegio de la Frontera Sur-Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Informe técnico, 131 p.
- Morales-Vela, B., D. Olivera-Gómez, J.E. Reynolds III, and G.B. Rathbun. (2000). Distribution and habitat use by manatees (*Trichechus manatus manatus*) in Belize and Chetumal Bay, Mexico. *Biological Conservation* 95: 67–75.
- NOM-059-ECOL-2001 (2001). NORMA Oficial Mexicana, Protección ambiental-Especies nativas de México de flora y fauna silvestres-Categorías de riesgo y especificaciones para su inclusión, exclusión o cambio-Lista de especies en riesgo. SEMARNAT.
- Noreña-Barroso, E., Gold-Bouchot, G., y Ceja-Moreno, V. (2007). Temporal variation of persistent organic pollutant (POP) residue concentrations in sediments from the Bay of Chetumal, Mexico. *Bulletin of environmental contamination and toxicology*, 79(2), 141-146.

- Palacios-Hernández, E., Espinosa, M. A., Buenrostro, A. A., y Peraza, M. M. (2009). Simulación de la circulación barotrópica inducida por viento en Bahía Sebastián Vizcaíno, BC. *Atmósfera*, 9(3).
- Ramírez, A. G. (2004). Análisis de la variabilidad climática en las Lagunas someras de Chapala y Cajititlán, Jalisco, México. Tesis de Maestría, Universidad de Guadalajara, Posgrado en Ciencias de la Tierra; Departamento de Física. 97 p.
- Ruíz-Pineda, C., Suárez-Morales, E., y Gasca, R. (2016). Copépodos planctónicos de la Bahía de Chetumal, Caribe Mexicano: variaciones estacionales durante un ciclo anual. *Revista de biología marina y oceanografía*, 51(2), 301-316.
- Salazar-Vallejo, S. I., Jiménez, S., Oliva J. J. y González, N. E. (1991). Fauna Béntica. In *Estudios Ecológicos Preliminares de la Zona Sur de Quintana Roo*, eds. T. Camarena-Luhrs y S.I. Salazar-Vallejo 117-134 CIQRO, Chetumal, Q.R.
- Sánchez, A., Álvarez-Legorreta, T., Sáenz-Morales, R., Ortiz-Hernández, M., López-Ortiz, B. E., y Aguiñiga, S. (2008). Distribución de parámetros texturales de los sedimentos superficiales en la Bahía de Chetumal: Implicaciones en la inferencia de transporte. *Revista mexicana de ciencias geológicas*, 25(3), 523-532.
- SARH-CNA. (1987). Sinopsis geohidrológica del Estado de Quintana Roo. México: Secretaría de Recursos Hidráulicos.
- Suárez F. M. (1995). Fundamentos teóricos del cálculo de las corrientes estacionarias en un mar profundo y modelación de la circulación de Bahía Banderas, Tesis de Maestría, Universidad de Guadalajara, Departamento de Matemáticas.
- Simpson, J. E. (1994). *Sea breeze and local wind*. Cambridge University Press, 234 pp.
- Taylor, G. I. (1923). Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids. *Proc. Roy. Soc. A* 104, 213-218.
- Pedlosky, J. (1982). *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, Berlin, 710 pp.
- Vásquez-Yeomans, L. y A. M. González-Vera. (1994). Ictioplancton de la Bahía de Chetumal. En *Estudio Integral de la Frontera México-Belice*. Recursos Naturales, ed. Centro de Investigaciones de Quintana Roo, 133-142. Quintana Roo, México: CIQRO
- Wyatt, D. J. (1985). Movement of the Caribbean Plate and its importance for biogeography in the Caribbean. *Geology*. Vol. 13, p. 123-125.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecemos al Colegio de la Frontera Sur-ECOSUR, Unidad Chetumal, por la información que proporciono sobre la batimetría de la bahía de Chetumal, Quintana Roo.

SÍNTESIS CURRICULAR

David Avalos Cueva

Doctor en Ciencias del Mar y Limnología por la UNAM. Profesor-investigador titular en el Instituto Tecnológico Superior de Arandas (ITS de Arandas). Presidente del Comité de Investigación de ITS de Arandas, líder de la línea de investigación de modelación climática, registrada en Tecnológico Nacional de México. Ha sido autor de varios artículos en revistas indexadas sobre variabilidad climática y modelación hidrodinámica del Lago de Chapala; así como colaborador de un capítulo de libro en la misma área de investigación. También ha dirigido tesis de licenciatura e ingeniería. Correo electrónico: avalos.cueva@gmail.com y david.avalos@tecarandas.edu.mx.

Emilio Palacios Hernández

Doctor en Ciencias en Oceanografía Física por el CICESE, Profesor e Investigador titular C, del Depto. de física de la Universidad de Guadalajara. Ha escrito: varios artículos científicos en revistas de prestigio internacional, capítulos de libro y un libro, también ha dirigido tesis de licenciatura y maestría, actualmente es perfil PRODEP y miembro del SNI 1, ha participado en más de 50 congresos nacionales e internacionales, así como proyectos de investigación oceanográfica. Correo electrónico: emilio6x111@yahoo.com

Laura E. Carrillo Bibrizca

Doctorado en Oceanografía Física en Universidad de Gales Bangor. Postdoctorado en el Instituto Oceanográfico de Scripps. En los últimos 10 años la investigación se ha enfocado en aspectos oceanográficos de diversas escalas espacio-temporales vinculados con la distribución de larvas de peces, así como variabilidad en sistemas tropicales, zonas arrecifales, circulación y fenómenos de mesoescala de las regiones Golfo de México y Caribe. Otros estudios realizados se enfocan en el análisis de anomalías de temperaturas superficiales del mar que contribuyan a entender las anomalías en estos tipos de sistemas. Muchos de estos trabajos son el resultado de la colaboración con NOAA y ECOSUR con la finalidad de entender procesos de conectividad biológica de larvas de peces entre el Golfo de México y el Caribe, estos representan los primeros trabajos de la zona del Caribe Occidental con aspectos oceanográficos. Correo electrónico: lc_oceanografa@yahoo.com.mx

Luis A. González Vivanco

M. en C. por parte de la Universidad de Guadalajara, actualmente trabaja como profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico Superior de Arandas, impartiendo matemáticas. Correo electrónico: luis.vivanco@tecarandas.edu.mx